# 斜面・土圧・支持力 -変形と剛性を考慮した安定解析-

2014年3月

# 荒井 克彦

1. まんかさ	1		まえがき
---------	---	--	------

... 1

2. 本書で用いる安定解析手法
-----------------

2.1 手法-1(LSFEA-1)	
2.1.1 地盤のモデル化	2
2.1.2 Coulomb 材(インターフェイス要素)の応力-ひずみ関係	$\dots 2$
2.1.3 Mohr-Coulomb 材(平面ひずみ要素)の応力-ひずみ関係	3
2.1.4 せん断帯の方向	5
2.1.5 載荷状態の表現	$\dots 5$
2.1.6 降伏応力の決定	6
2.1.7 修正初期応力法	6
2.1.8 計算手順	7
2.2 手法-2 (LSFEA-2)	
2.2.1 概要	7
2.2.2 降伏基準	7
2.2.3 応力-ひずみ関係	8
2.2.4 初期応力法	8
参考文献	9
3. 斜面安定	
3.1 方針	10
<b>3.2</b> 手法-1(LSFEA-1)	
3.2.1 モデル1 (緩斜面)	10
3.2.2 モデル2 (急斜面)	13
3.2.3 モデル3 (補強斜面)	15
3.3 手法-2 (LSFEA-2)	
3.3.1 モデル1 (緩斜面)	16
3.3.2 モデル2 (急斜面)	18
3.3.3 モデル3 (補強斜面)	19
3.4 まとめ	19
関連論文	20

4. 擁壁土圧

4.1 方針	22
<b>4.2</b> 手法-2(LSFEA-2)	
4.2.1 底面幅の大きい重力式擁壁への土圧	22
4.2.2 底面幅の小さい重力式擁壁への土圧	
1) 裏込め土の粘着力 c=0 の場合	25
2) 裏込め土の粘着力 c≠0 の場合	27
4.2.3 地盤補強した底面幅の小さい重力式擁壁への土圧	29
4.2.4 補強土壁の現場実験への適用	31
<b>4.3</b> 手法-1(LSFEA-1)	
4.3.1 底面幅の大きい重力式擁壁への土圧	33
4.3.2 底面幅の小さい重力式擁壁への土圧	35
4.4 まとめ	37
関連論文	37
5. 支持力	
5.1 方針	38
5.2 手法-1(LSFEA-1)	
5.2.1 帯基礎への中心載荷	39
5.2.2 帯基礎への偏心載荷	44
5.2.3 その他の支持力問題への適用	49
5.3 手法-2(LSFEA-2)	50
5.4 まとめ	51
関連論文	$\dots 51$
<b>6</b> . あとがき	53
参考資料1 入力データの説明	
1.1 概要	54
<b>1.2</b> 手法-1(LSFEA-1)	54
1.3 手法-2(LSFEA-2)	56
参考資料2 プログラム LSFEA1. FOR (CD)	
参考資料3 プログラム LSFEA2. FOR (CD)	

# 1. まえがき

斜面、土圧、支持力などの地盤の設計実務は、円弧すべり面法などの安定解析に基づいて行われる場合が大半である。安定解析は長年にわたる伝統的な設計手法であり、膨大な適用結果に裏付けられた実績をもつ信頼性が高い方法である。地盤の変形を実際に近く表現する方法や変形係数の推定方法が確立していないことも、安定解析の優位性を もたらす要因になっている。

ただし、土圧や支持力の安定解析では、任意の地盤形状や多層地盤などに適用しにく い課題も残されており、不確実な設計が行われている可能性もある。

さらに重要な問題は、安定解析では地盤の変形や剛性を直接は考慮できないので、補 強土工法などのように、補強材の剛性や拘束効果が重要な影響を及ぼす問題では、十分 な評価ができていない可能性もある。補強土工法やアンカー工法、地盤改良工法などの 安定解析では、すべての材料は最終強度のみで評価されており、剛性は評価されていな い。

一方、地盤工学分野で、主に変形の評価を目的として研究開発がスタートした有限要素法(FEM)などの数値解析手法は、上述の安定解析で想定しているような完全な破壊形式の表現が得意ではなく、破壊の問題に直接適用しにくい難点があった。

地盤の破壊前の状態から完全な破壊状態までを一貫して再現する手法が理想である が、現時点では、このような手法が確立されているとはいえない。

本書では、FEM を用いて、安定解析で想定するような完全な破壊形式を表現する方 法を紹介する。FEM による破壊形式は、極限平衡法(円弧すべり面法など)・極限解析 法(上界法・下界法)・特性曲線法(すべり面法)などの安定解析で得られる破壊形式 と異なり、応力のつり合い条件・ひずみの適合条件・応力-ひずみ関係の全ての力学的 条件を満たしている。変形と剛性を考慮した安定解析が可能になれば、地盤の性能設計 を実用化する一つのステップになると考えられる。

本書では手法-1 と手法-2 の2つの安定解析手法を報告する。詳細は後述するが、斜 面安定問題では手法-1 と手法-2 の両方が有用であり、土圧問題では手法-2 が、支持力 問題では手法-1 が有用である。

本書で用いる計算機プログラムは**手法-1**に対応したLSFEA(Limit State Finite Element Analysis)1.FORと、**手法-2**に対応したLSFEA2.FORの2つである。このプログラムの入力方法を本書の末尾の参考資料 1 に示す。FORTRANコードは末尾のCDに示す。FORTRANコードは、URL:<u>http://jibanbousai.jimdo.com/</u>(NPO福井地域地盤防災研究所)でもダウンロードできる。

斜面、土圧、支持力問題は、それぞれ異なる特性をもつので、各章ごとに、上述の2 つの手法とプログラムの適用方法と結果を示す。

# 2. 本書で用いる安定解析手法

#### 2.1 手法-1(LSFEA-1)

# 2.1.1 地盤のモデル化

地盤を FEM における平面ひずみ要素で、地盤と構造物の境界のずれを FEM における インターフェイス(薄層)要素<sup>1)</sup>でモデル化する。平面ひずみ要素に Mohr-Coulomb 降伏基準、インターフェイス要素に Coulomb 降伏基準を適用する。

応力履歴を忠実に追うことはしないで、最終破壊状態のみを解析対象とすることを意 図した。しかし、最終破壊状態が応力経路にある程度依存することは当然であるから、 できるだけ簡単な応力経路を想定することとした。平面ひずみ要素、インターフェイス 要素とも降伏前は線形弾性体とし、降伏後は単純な非関連流れ則に従うとした。実用的 な観点から物性定数を少なくするためにも、このようなモデルを用いた。

# 2.1.2 Coulomb 材 (インターフェイス要素)の応力-ひずみ関係

降伏前は線形弾性体とする。Coulomb 降伏基準を次式で表わす。

$$F_{C} = |\tau_{st}| - c - \sigma_{t} \tan \phi$$

 $\sigma_t$ 、 $\tau_{st}$ は図-2.1 に示すs-t座標系における垂直応力とせん断応力である。図-2.2 に Coulomb材の応力-ひずみ関係を示す。塑性ポテンシャル $Q_c$ を次式で表す<sup>2)</sup>(図-2.2 参照)。

$$Qc = |\tau| - g = 0$$

$$(2.2)$$

ここで、g:流れ則では式(2.1)の微分形を用いるため、実際には使用されないパラメータである。 $F_c$ と $Q_c$ を用いた非関連流れ則で、以下の弾塑性応力-ひずみ関係を与える<sup>3)</sup>。

$$\{\delta\sigma\} = [D^{ep}] \{\delta\varepsilon^{ep}\}$$

(2.3)

 $\{\delta\sigma\} = \{\delta\sigma_{\rm s}, \, \delta\sigma_{\rm t}, \, \delta\tau_{\rm st}\}^{\rm T}, \qquad \{\delta\epsilon^{\rm ep}\} = \{\delta\epsilon_{\rm s}{}^{\rm ep}, \, \delta\epsilon_{\rm t}{}^{\rm ep}, \, \delta\gamma_{\rm st}{}^{\rm ep}\}^{\rm T}$ 

 $[D^{ep}] = [D] - [D] \partial F_C / \partial \{\sigma\} \} \{ \partial Q_C / \partial \{\sigma\} \}^T [D] / \{ \partial F_C / \partial \{\sigma\} \}^T [D] \{ \partial Q_C / \partial \{\sigma\} \} = [d_{ij}]$ 

$$d_{11}=d_{22}=C_1, d_{12}=d_{21}=C_2, d_{13}=d_{23}=d_{33}=0, d_{31}=\pm C_2 \tan\phi, d_{32}=\pm C_1 \tan\phi, C_1=E(1-\mu)/\{(1+\mu)(1-2\mu)\}, C_2=E\mu/\{(1+\mu)(1-2\mu)\}$$

ここで、 $\{\delta\sigma\}$ 、 $\{\delta\epsilon^{ep}\}$ :応力と弾塑性ひずみの増分、 $[D^{ep}]$ :図-2.1 のs-t局所座標系での弾塑性マトリックス、[D]:弾性マトリックス、 $d_{ii}$ : $[D^{ep}]$ を構成する要素である。

(2.1)



# 2.1.3 Mohr-Coulomb 材(平面ひずみ要素)の応力-ひずみ関係

降伏前は線形弾性体とする。Mohr-Coulombの降伏条件は次式で表される。

$$F_{M} = \{(\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2} + 4\tau_{xy}^{2}\}^{1/2} - \{(\sigma_{x} + \sigma_{y}) \sin\phi + 2c \cos\phi\} = 0$$
(2.4)

ここで、 $\sigma_{x}$ 、 $\sigma_{y}$ 、 $\tau_{xy}$ : 全体座標での応力成分である。Mohr-Coulomb材が式(2.4)を満たして降伏したとき、図-2.3(a)に示すせん断帯が生じるとし、せん断帯が最大主応力面となす角 $\alpha$ を次式とする。

$$\alpha = \pi/4 + \phi/2$$

(2.5)

Pietruszcak<sup>4)</sup> は、図-2.3(a)のせん断帯を塑性、せん断帯以外を弾性体とし、要素の平 均的な応力-ひずみ関係を求めるため、次のようなsmeared shear band approachを提 案した。図-2.3(a)のせん断帯を図-2.1 に示すインターフェイス要素とみなすと、せん断 帯におけるひずみ{ $\delta\epsilon^{ep}$ }は、局所座標s-t を用いて次式で表される。

$$\{\delta \varepsilon^{\text{ep}}\} = [D_{\text{st}}^{\text{ep}}]^{-1} \{\delta \sigma\}$$
(2.6)

図-2.3(a)のせん断帯以外の弾性部分のひずみ{δε<sup>e</sup>}は次式で与えられる。

$$\{\delta \varepsilon^{e}\} = [D]^{-1} \{\delta \sigma\}$$
(2.7)

smeared shear band approach では、式(2.6)と式(2.7)を重ね合わせて、図-2.3(a)の要素全体の平均応力-ひずみマトリックス[D<sub>st</sub><sup>av</sup>]を、局所座標s-t を用いて次式で表す。

$$[D_{st}^{av}] = \{ [D_{st}^{ep}]^{-1} t / \sqrt{A} \cos\beta + [D]^{-1} (1 - t / \sqrt{A} \cos\beta) \}^{-1} = [a_{ij}]$$
(2.8)

ここで、t: せん断帯の厚さ、 $a_{ij}$ :マトリックス[ $D_{st}^{av}$ ]の成分である。全体座標での図 -2.3(a)の要素全体の平均応力-ひずみマトリックス[ $D_{xv}^{av}$ ]は次式で与えられる。

 $[\mathbf{D}_{xy}^{av}] = [\mathbf{T}]^{\mathrm{T}} [\mathbf{D}_{st}^{av}] [\mathbf{T}]$ 

(2.9)

ここで、 $[T]: 座標変換マトリックスである。<math>[D_{st}^{av}] \ge [D_{xy}^{av}]$ の両方とも、現在の応力 成分を含まない定数であることに注意する必要がある。

せん断帯の厚さtを増加させると、式 (2.8) の $a_{ij}$ は式 (2.3) の $d_{ij}$ に等しくなる。すなわち、せん断帯の厚さがある程度以上になると、せん断帯を仮定したMohr-Coulomb材の有限要素は、図-2.3(b)に示す積層異方体になる。1mの大きさの有限要素で、せん断帯の厚さtが5mm程度で $a_{ij} \Rightarrow d_{ij}$ となる。そこで、本書ではせん断帯の厚さtが、ある値以上と仮定して(tを無視して)、この積層異方体を図-2.2 に示したCoulomb材の応力-ひずみ関係と同じとして、Mohr-Coulomb材の降伏後の応力-ひずみ関係とする。

$$[\mathbf{D}_{st}^{av}] = [\mathbf{D}_{st}^{ep}] \tag{2.10}$$



図-2.3 せん断帯と積層異方体

#### 2.1.4 せん断帯の方向

=

降伏した場合、図-2.4(a)に示す2つのせん断帯方向A-A'、B-B'がありうる。A-A'、B-B' の方向βは図-2.4(b)から次式で与えられる。

$$\beta = -\alpha - \theta$$
 A-A' line,

$$\alpha - \theta$$
 B-B' line

#### (2.11)

ここで、θ: 鉛直軸 y に対する最大主応力の角度である。初期降伏応力を用いてθを求 めて、せん断帯の方向を決め、以後の荷重段階でもこのせん断帯の方向を一定とする。



図-2.4 せん断帯の2つの方向と角度βの表現

# 2.1.5 載荷状態の表現

載荷状態を表現するために、すべり面の垂直応力**o**<sub>t</sub>が減少しないという条件を次式で 与え、この条件を強制的に適用される要素を**手法-1**における「引張り要素」と称する。  $\delta \sigma_t \ge 0$ 

#### 2.1.6 降伏応力の決定

図-2.2、図-2.5 における降伏応力 $\{\sigma_A\}=\{\sigma_{tA}, \tau_{stA}\}$ はZienkiewiczら<sup>3)</sup>に従って次のように与えられる。

$$\{\sigma_A\} = \{\sigma_I\} + \mathbf{r} \left(\{\sigma_E\} - \{\sigma_I\}\right)$$
(2.13)

ここで、{σ<sub>E</sub>}:弾性応力、{σ<sub>I</sub>}:降伏前の応力である(図-2.5 参照)。Coulomb材では 線形補間により、式(2.13)のrが次式で与えられる。

$$\mathbf{r} = -\mathbf{F}_{C}(\{\sigma_{I}\}) / [\mathbf{F}_{C}(-\{\sigma_{E}\}) - \mathbf{F}_{C}(\{\sigma_{I}\})]$$
(2.14)

Mohr-Coulomb 材では非線形性のために、Nayak ら<sup>6)</sup>に従って上式の r を修正する必要がある。



図-2.5 降伏応力{σ<sub>A</sub>}と初期応力法における初期応力{σ<sub>0</sub>}

#### 2.1.7 修正初期応力法

3章の図-3.2(c)に例を示すような、せん断帯を連ねた全体的な破壊様式を得るには、 2.2.3 の応力-ひずみ関係を厳密に解く必要があり、収束計算による従来の初期応力法<sup>4)</sup> では不十分である。2.2.2、2.2.3 の応力-ひずみ関係は降伏後も線形であるため、収束計 算を行う必要がなく、次の修正初期応力法により厳密解が得られる。図-2.5 で真の初期 応力 $\{\sigma_I\}$ 、降伏応力 $\{\sigma_A\}$ 、塑性平衡状態の応力 $\{\sigma_B\}$ 、弾性応力 $\{\sigma_E\}$ 、弾性ひずみ $\{\epsilon^{ep}\}$ を定義する。図-2.1 のs-t座標系での初期応力法における初期応力は 次のように与えられる。

$$\{\sigma_{at0}\} = \{\sigma_{s0}, \sigma_{t0}, \tau_{st0}\}$$

(2.15)

式(2.3)の[D<sub>st</sub><sup>ep</sup>]の成分d<sub>ij</sub>は3列目を除いて[D]と同じであり、式(2.15)のσ<sub>s0</sub>とσ<sub>t0</sub>が Coulomb材、Mohr-Coulomb材でゼロとなる。図-2.5で、応力状態が現在の荷重段階で 降伏した時、初期応力法の基本式は次式で与えられる。

$$\{r\}_{i} = \{\sigma_{st0}\}_{i} - [T]_{i}^{-1} \{\{\sigma_{E}\}_{i} - (\{\sigma_{A}\}_{i} + \delta \{\sigma_{B}\}_{i})\}$$

$$= \{0, 0, \tau_{st0}\}_{i} - [T]_{i}^{-1} ([D]_{i} - [D^{ep}]_{i}) ([B]_{i} \{[K]^{-1} (\{\delta f\} + \Sigma_{j} [B]_{j}^{T} [T]_{j} \{\sigma_{st0}\}_{j} A_{j})\}_{i} - \delta \{\epsilon^{e}\}_{i}) = 0$$

$$(2.16)$$

ここで、 $\{\sigma_E\}=\{\sigma\}^{n-1}+[D][B]\{\delta u\}, \{r\}_i: 残差、[B]_i: 節点変位からひずみを計算する$  $行列、[K]: 剛性行列、<math>\{\delta f\}: 増加荷重, A_j: 要素の面積である。添字iとjは要素番号$  $を示す。式(2.16)と図-2.5の弾性ひずみ<math>\delta\{\epsilon^e\}=[D]^{-1}(\{\sigma_A\}-\{\sigma\}^{n-1})$ として計算される。 式(2.12)より、次式が与えられる。

$$\{r\}_{i} = \{\sigma_{st0}\}_{i} - [T]_{i}^{-1} \{\{\sigma_{B}\}_{i} - \{\sigma_{C}\}_{i}\} = \{0, \sigma_{t0}, 0\}_{i} - [T]_{i}^{-1} [D]_{i} ([B]_{i} \{[K]^{-1}(\{\delta f\} + \Sigma_{j} [B]_{j}]^{T})\}$$

$$[T]_{i} \{\sigma_{st0}\}_{i} A_{i}\}_{i} - \delta\{\epsilon^{e}\}_{i}\} = 0$$

(2.17)

 $\{\sigma_{C}\}_{i}$ は $\{\sigma_{A}\}_{i}$ または $\{\sigma\}_{i}^{n-1}$ を示す。前者は要素が荷重段階nで降伏したとき、後者は荷 重段階n-1以前で降伏したときである。式(2.16)と式(2.17)の連立一次方程式から  $\{\sigma_{st0}\}$ を直接求めることができる。有限要素iについての式は未知数 $\{\sigma_{st0}\}_{j}$ に関して以下 の式で与えられる。

$$\begin{aligned} &(\delta_{ij} - [[T]_i^{-1}([D]_i - [D^{ep}]_i)[B]_i \{ [K]^{-1}[B]_j^T[T]_j A_j \}_i |_3 \{ 0, 0, \tau_{st0} \}_j \\ &= |[T]_i^{-1}([D]_i - [D^{ep}]_i)([B]_i \{ [K]^{-1} \{ \delta f \}_i - \delta \{ \epsilon^e \}_i \} |_3 \end{aligned}$$

$$(2.18)$$

$$\text{ ここで, } | \quad |_3 \text{ は, } \land \not a \land h \lor o \ 3 \not a B B O \text{ K} \partial \delta c \overrightarrow{r} \overrightarrow{r}_o \end{aligned}$$

#### 2.1.8 計算手順

ある載荷段階の計算手順をまとめると次のようになる。

- 1) 荷重増分{δf}を用いて弾性解析を行い、図-2.5(b)の{σ<sub>E</sub>}と{δε}を計算する。
- 2) 降伏要素と引張り要素を見つける。
- 3) 降伏要素について、{σ<sub>E</sub>}と前載荷段階の応力状態から降伏応力{σ<sub>A</sub>}を計算する。
- 3) で計算した {σ<sub>A</sub>}により最大主応力の方向θを計算し、式(2.11)によりせん断帯 の方向βを決定する。
- 5) 式(2.16)、(2.17)を連立一次方程式として解くことにより{ $\sigma_{st0}$ }を決定する。
- 6) { $\delta$ f}と、5) で求めた{ $\sigma_{st0}$ }を用いて、再度の弾性解析を行い、新しい降伏要素と 引張り要素が見つかれば、さらに{ $\sigma_{st0}$ }を決定する。この計算を新しい降伏要素と 引張り要素が見つからなくなるまで繰り返す。

#### 2.2 手法-2(LSFEA-2)

#### 2.2.1 概要

**手法-2**は従来の弾塑性 FE 解析である。この手法ではせん断帯を仮定せず、弾塑性応 カーひずみ関係と非関連流れ則を用いて解析を行う。この問題は Zienkivicz ら<sup>3)</sup>によっ て提案されたオリジナルの初期応力法で解くことができる。

#### 2.2.2 降伏基準

地盤を平面ひずみ要素、地盤と構造物のずれを Desai ら<sup>1)</sup> によるインターフェイス要素

で表し、インターフェイス要素には Coulomb 降伏基準を、地盤には Mohr-Coulomb 降伏 基準を適用することは**手法-1** と同一である。

#### 2.2.3 応力-ひずみ関係

降伏前は線形弾性とし、降伏した後、せん断中に拘束圧  $\sigma_3$ または、せん断面の垂直 応力  $\sigma_n$ が増加する場合、図-2.2 に示すように、応力状態は降伏線上を移動すると仮 定することは**手法-1** と同一である。降伏線上を移動する場合、図-2.2 に示すような非 関連流れ則に従うと仮定する<sup>2)</sup>。図-2.2 で、Coulomb材の塑性ポテンシャルは先の式 (2.2)で与えられる。Mohr-Coulomb材について、**手法-2** では図-2.3 のようなせん断帯 を仮定しないで、通常の弾塑性応力-ひずみ関係を用いる。Mohr-Coulomb材について 塑性ポテンシャルは次式で与えられる。

Mohr-Coulomb :  $Q_M = \{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}\}^{1/2} - 2g$  (2.19)

ここで、g:流れ則では式(2.19)の微分形を用いるため、実際には使用されないパラ メータである。

降伏線上を移動する際の応力・ひずみ関係は次式で与えられる。

$$\{\delta\sigma\} = [D^{ep}] \{\delta\varepsilon^{ep}\}$$

(2.20)

ここで、 $\{\delta\sigma\}$ 、 $\{\delta\epsilon^{ep}\}$ :応力と弾塑性ひずみの増分、 $[D^{ep}]$ :弾塑性状態の応力-ひずみ マトリックスである。 $[D^{ep}]$ は、Coulomb材については式(2.1)の降伏基準と式(2.2)の塑 性ポテンシャルを用いて、Mohr-Coulomb材については式(2.4)と式(2.19)を用いて簡単 に与えられる<sup>3)</sup>。

本書では、補強材は線形弾性のトラス材として扱う。地盤は引張り応力を、補強材は 圧縮応力を負担しないとする。具体的には、地盤の最小主応力 $\sigma_3$ が引張り状態となる ときは、 $\sigma_3$ が0となるように応力を修正する。この操作は、次節で述べるオリジナル の初期応力法により容易に行われる<sup>5)</sup>。この操作を行った有限要素を**手法-2**における 「引張り要素」と称する。

#### 2.2.4 初期応力法

オリジナルの初期応力法<sup>3)</sup>と同じであるが、極限平衡法におけるように、地盤構造物の最終状態に注目した安定解析を試みるため、3.斜面安定問題、4. 土圧問題では全荷重を一つの荷重段階で載荷して初期応力法を適用する。

図-2.5 で、 $\{\sigma_A\}$ :降伏応力、 $\{\sigma_B\}$ :弾塑性の最終応力、 $\{\sigma_E\}$ :弾性を仮定したときの最終応力、 $\{\sigma_I\}$ :本来の初期応力、 $\{\sigma_0\}$ :初期応力法における初期応力、 $\{\delta\sigma\}$ : 式(2.20)の応力増分とする。

降伏応力{σ<sub>A</sub>}の決定方法は**手法-1**と同じである(2.2.6参照)。

初期応力法における初期応力{σ<sub>0</sub>}を計算する流れを図-2.6に示す。図-2.6で、{u}: 節点変位ベクトル、[K]:剛性マトリックス、{f}:全荷重、[B]:{u}からひずみを計算す るマトリックス、V:要素の体積である。初期応力法の計算手順を以下に述べる。

- 1) 初期応力 $\{\sigma_0\}$ の値をゼロと仮定する。
- 2) 次のa) ~e) のステップで初期応力{σ<sub>0</sub>}を決定する。
- a)本来の荷重 $\{f\}$ と、 $\{\sigma_0\}$ による修正荷重 $\{f_0^i\}$ の合計を荷重として与えて次の弾性問題を解く。

[K] 
$$\{u^i\}=\{f\}+\{f_0^i\}$$
 (2.21)  
ここで、i: 図-2.6 の繰り返しループのサイクル数である。  
b) 降伏した要素と引張り要素を見つける。

- c)降伏した要素で降伏応力{σ<sub>A</sub>}を決定する。
- d) c) で決定した{σ<sub>A</sub>}を使って、図-2.5 の{σ<sub>B</sub>}を計算する。
- e) 初期応力{σ<sub>0</sub>}を次式で修正する。

$$\{\sigma_0^{i}\} = \{\sigma_E^{i}\} - \{\sigma_B^{i}\}$$

$$(2.22)$$

3)新しく得られた初期応力を最初の初期応力と置き換えて、差が小さくなるまで繰り返す。



図-2.6 初期応力法の計算手順

#### 参考文献

- Desai, C. S., Zaman, M. M., Lightner, J. G. and Siriwardane, H. J. : Thin-layer element for interfaces and joints, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol. 8, pp. 19-43, 1984.
- 2) Mroz, Z. : Deformation and flow of granular materials, Mechanics of Solids (the Rodney Hill 60<sup>th</sup> Anniversary Volume), Pergamon Press, Oxford, pp. 119-132, 1980.
- Zienkiewicz, O. C., Valliappan, S. and King, I. P. : Elastoplastic solutions of engineering problems 'initial stress', finite element approach, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol. 1, pp. 75-100, 1969.
- Pietruszczak S., Mroz Z.: Finite element analysis of deformation of strain-softening materials, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, pp. 327-334,1981
- 5) Zienkiewicz, O. C., Valliappan, S. and King, I. P. : Stress analysis of rock as a 'no tension' material, Geotechnique, Vol. 18, pp. 56-66, 1968.
- 6) Nayak, G. C. and Zienkiewicz, O. C. : Elasto-plastic stress analysis. A generalization for various constitutive relations including strain softening, Int. J. Numer. Methods

# 3. 斜面安定

#### 3.1 方針

斜面安定問題では、斜面の自重などの荷重を1段階で載荷する。「斜面の安全率 Fs」 を次のように定義する。**手法-1(LSFEA-1)**を用いても、ある段階で斜面の変位が無限に 大きくなるといった破壊現象をそのまま表現することは困難である。そこで、**図-3.2** に例を示すように、降伏した有限要素が連続して、全体的な斜面崩壊を生じさせるよう な破壊領域が初めて形成される段階を、その斜面の破壊とみなす。斜面の仮想的な Mohr-Coulomb 強度定数  $\underline{c}$ 、  $\underline{\phi}$  を、実際の強度定数  $\underline{c}$ 、  $\phi$  と安全率 Fs を用いて次のよ うに与える。

c=c/Fs,  $tan \phi = tan \phi/Fs$ 

(3.1)

この仮想的な強度定数 <u>c</u>、<u></u> *o*を用いて**手法-1**を適用し、上述のように定義した斜面の破 壊領域が生じる最小の安全率を、その斜面の安全率 Fs とする。

#### 3.2 手法-1(LSFEA-1)

#### 3.2.1 モデル1(緩斜面)

図-3.1 に示す緩勾配の仮想的な盛土斜面を対象とする。盛土斜面の勾配 1:1.5、鉛 直高さ 20m である。盛土と基礎地盤の物性定数を表-3.1 に示す。表-3.1 で、E:弾性 係数、v:ポアソン比、 $\gamma$ :単位体積重量、 $c \cdot \phi$ : Mohr-Coulomb 強度定数、 $\delta$ : ダイレイタンシー角である。本書でのダイレイタンシー角は、図-2.2 の上図において、 塑性ひずみが鉛直線となす角度と定義する。本書を通じて、図-2.2 に示すように、ダイ レイタンシー角を0とする(ダイレイタンシー角 $\delta = \phi$ とする場合が関連流れ則に対応 する)。



図-3.1 緩斜面のモデル

		X 0.1				
	弹性係数	ポアソン	単位体積	粘着力	せん断抵	ダイレイ
	Е	比ν	重量γ	с	抗角φ	タンシー
	(kN/m <sup>2</sup> )		(kN/m <sup>3</sup> )	(kN/m <sup>2</sup> )	(°)	角δ(°)
盛土部	3000.0	0.33	17.0	15.0	20.0	0.0
基礎地盤	20000.0	0.33	18.0	100.0	45.0	0.0

**表-3.1** 物性定数

地盤の応力-ひずみ関係を弾完全塑性体として、**手法-1**を適用した結果を図-3.2(a)~ (c)に示す。図中の各有限要素内での斜線の方向が、図-2.3 のせん断帯(すべり面)の 方向を示し、かつ、その要素が降伏していることを示す。

安全率 Fs を大きくしていくと、式(3.1) で仮想的な強度定数  $\underline{c}$ 、 $\underline{o}$ は次第に小さくなることになり、図-3.2(c) で降伏要素が斜面上端まで初めて連続し、全体的な破壊様式が形成されている。したがって、図-3.2(c)の安全率 Fs=1.08 を、この斜面の安全率とする。安全率 Fs=1.08 としたときの変位分布を図-3.3 に示す。前述のように、斜面のすべり変位が極端に大きくなるといった破壊現象を表現することはできないが、図-3.2(c)の破壊形式が図-3.3 の変位分布と、弾完全塑性の応力-ひずみ関係に裏付けられていることが特徴である。









図-3.3 Fs=1.08 としたときの変位分布

図-3.4 に、簡易 Bishop 法で最小安全率を与える円弧すべり面(臨界すべり円)と安全率 Fs を示す。手法-1 と簡易 Bishop 法はほぼ同一の安全率を与えている。実務では修正 Fellenius 法が一般的に用いられているが、簡易 Bishop 法は、スライス分割法における不静定内力を適切に評価できる、理論的には厳密な手法であることが知られている<sup>1)、4)</sup>。修正 Fellenius 法が簡易 Bishop 法よりも実際の斜面崩壊に適合する場合が多いとされる理由は、実際斜面の強度定数 c・ $\phi$ の推定に関連することと考えられる。

図-3.4 と図-3.2(c)を比較すると、円弧すべり面位置と手法-1 による降伏領域に若干の差があるように見える。実際地盤の崩壊形状は円弧すべり面に近いであろうが、手法-1 による降伏領域も、各有限要素のすべり面傾斜方向の連続性を見ると、崩壊形状は円弧すべり面に近くなる可能性が強い。実際地盤の斜面崩壊でも、図-3.2(c) に示すように、すべり面の下部も降伏している可能性が強い。



図-3.2(a)~(c)は、安全率Fsを変化させて降伏領域の変化を調べており、実際の斜

面崩壊の過程を追ったものではないが、図-3.2(a)~(c) における降伏領域の変化から すると、斜面崩壊は応力が集中する法尻から始まる場合が多いと考えられる。実際地盤 では、法尻の変状は見えにくく、段差などの法肩の変状が顕著に現れるために、斜面崩 壊は法肩から始まると考えられているようである。

応力・ひずみ関係を弾完全塑性としないで、降伏した後、Mohr-Coulomb 降伏線上を 動く弾塑性とすると、安全率 Fs をいくら大きくしても、図−3.2(c)のような全体的な破 壊形式が生じず、現実的な安全率は得られない。

なお、弾完全塑性の応力-ひずみ関係を用いる場合、ダイレイタンシー角を0として いるので、関連流れ則と非関連流れ則の区別はなくなる。

#### 3.2.2 モデル2(急斜面)

**図-3.5** に示す急勾配の仮想的な盛土斜面を対象とする。盛土斜面の勾配 1:0.5、鉛 直高さ 20m である。盛土と基礎地盤の物性定数は**表-3**.1 と同じである。



地盤の応力-ひずみ関係を弾完全塑性体として、**手法-1**を適用した結果を図-3.6(a)、 (b)に示す。図-3.6(b)で降伏要素が斜面上端まで初めて連続し、全体的な破壊様式が形成 されている。したがって、図-3.6(b)の安全率 Fs=0.64 を、この斜面の安全率とする。安 全率 Fs=0.64 としたときの変位分布を図-3.7 に示す。

13



**図-3.7**には、簡易 Bishop 法で求めた最小安全率を与える円弧すべり面(臨界すべり円)と安全率 Fs も示す。**手法-1**と簡易 Bishop 法はほぼ同一の安全率を与えている。 **図-3.7**と図-3.6(b)を比較すると、円弧すべり面位置と**手法-1**による降伏領域はほぼ同一 といえる。

図-3.6(b) における斜面上端右側の降伏領域は、境界条件の影響による誤差である。 図-3.6(a)、(b) における降伏領域の変化からも、図-3.2(a)~(c)と同様に、斜面崩壊は 法尻から始まる場合が多いと考えられる。



# 3.2.3 モデル3(補強斜面)

図-3.5 に示した急勾配の盛土斜面に、図-3.9 のように補強材を敷設した斜面を対象と する。盛土と基礎地盤の物性定数は表-3.1 と共通である。補強材は圧縮応力を負担しな いトラス材(引張り側は弾性)として表し、物性定数を表-3.2 に示す。表-3.2 で、E<sub>G</sub>: 補強材の弾性係数、A<sub>G</sub>、T<sub>G</sub>: 奥行き1m当りの断面積と引張り強度である。



図-3.9 補強斜面のモデル(斜面形状は図-3.5と同じ)

	衣-3.2 佣/⊞/	的の物性比数	
	弹性係数Eg	厚さA <sub>G</sub>	引張り強度Tg
	(kN./m <sup>2</sup> )	(m)	(kN/m)
補強材	400000	0.001	77

表-3.2 補強材の物性定数

図-3.9の斜面について、手法-1を適用した結果を図-3.10に示す。補強材を敷設した 領域では、補強材が地盤のせん断応力や引張り応力の一部を負担することにより、補強 領域の地盤の応力の Mohr 円と降伏線の距離を大きくして、補強領域での各有限要素の 破壊安全率を向上させる。すなわち、補強材の剛性により補強領域全体が拘束されて、 補強領域内で地盤の降伏が生じにくくなるといえる。このため、図-3.6(b)と比べて、図 -3.10 に示す地盤の降伏領域は補強領域の後方に移動している。補強材の剛性が大きい ほど、負担するせん断応力や引張り応力が大きくなるので、この傾向が強くなる。降伏 領域が後方に移動することは、最小安全率を与える降伏領域の位置を強制的に変更する ことになるので、無補強の図-3.6(b)と比べて安全率が向上する。後述する手法-2を用い て、補強材の効果を詳細に検討した結果は関連論文 6) に示した。



# 3.3 手法-2(LSFEA-2)

# 3.3.1 モデル1(緩斜面)

図-3.1 に示した緩勾配の盛土斜面を対象とする。盛土と基礎地盤の物性定数は表-3.1 と同じである。斜面の自重などの荷重を1段階で載荷すること、「斜面の安全率Fs」の 定義も手法-1(LSFEA-1)と同一である。



**図-2.2** に示したように、降伏した後、Mohr-Coulomb 降伏線上を動くとした場合(弾塑性)の計算結果を図-3.11(a)~(c)に示す。黒く塗りつぶした有限要素が降伏していることを示す。図-3.11(c)で、降伏した要素が連続して全体的な破壊様式が生じるので、Fs = 1.09 を、手法-2(LSFEA-2)による斜面の安全率とする。図-3.12 に Fs = 1.09 としたときの変位分布を示す。





図-3.12 Fs=1.09 としたときの変位分布

図-3.11(a)~(c)と図-3.2(a)~(c)を比較すると、応力-ひずみ関係を手法-1(LSFEA-1)で は弾完全塑性を、手法-2(LSFEA-2)では弾塑性を仮定しているにも関わらず、2つの手 法がほぼ同一の破壊様式と安全率を与えている。手法-2で応力-ひずみ関係を弾完全塑 性とすると、極めて小さい安全率しか得られない。2つの手法がほぼ同一の破壊様式と 安全率を与える理由は、斜面安定問題の形状的な特性として、全自重を1段階で載荷し た場合、応力分布がほぼ一意的に決まり、応力の再配分の度合いが小さいことによると 考えられる。

#### 3.3.2 モデル2(急斜面)

3.3.1 と同じ方法を図-3.5 に示した急斜面に適用した結果を、図-3.13(a)、(b)に示すが、 3.3.1 と同様に、手法-1 を適用した場合(図-3.6)とほぼ同じ結果が得られている。





# 3.3.3 モデル3(補強斜面)

3.3.1 と同じ方法を図-3.9 に示した補強斜面に適用した結果を、図-3.14 に示すが、手 法-1 を適用した場合(図-3.10)とほぼ同じ結果が得られている。手法-2 を用いた、補 強材の敷設長さや敷設間隔、剛性を変えたときの結果、補強土工法の従来の設計方法と の比較については、関連論文 6)を参照されたい。



#### 3.4 まとめ

緩勾配と急勾配斜面の仮想的なモデルに手法-1(LSFEA-1)と手法-2(LSFEA-2)を適用 して、2つの手法とも、従来の円弧すべり面法とほぼ同じ破壊様式と安全率を与える結 果を示した。応力-ひずみ関係を手法-1では弾完全塑性とする必要がある。手法-2では 弾塑性とする必要がある。異なる応力-ひずみ関係を仮定しているにも関わらず、2つ の手法がほぼ同一の破壊様式と安全率を与える理由は、斜面安定問題の形状的な特性と して、全自重を1段階で載荷した場合、応力分布がほぼ一意的に決まり、応力の再配分 の度合いが小さいことによると考えられる。

補強材を敷設した斜面に**手法-1**と**手法-2**を適用して、次のような補強効果のメカニズムを示した。補強材が地盤のせん断応力や引張り応力の一部を負担することにより、

補強領域での各有限要素の破壊安全率が向上する。すなわち、補強材の剛性により補強 領域全体が拘束されて、補強領域内で地盤の降伏が生じにくくなる。このため、地盤の 降伏領域は補強領域の後方に移動する。補強材の剛性が大きいほど、負担するせん断応 力や引張り応力が大きくなるので、この傾向が強くなる。降伏領域が後方に移動するこ とは、最小安全率を与える降伏領域の位置を強制的に変更することになるので、無補強 と比べて安全率が向上する。斜面における補強土工法の設計は、円弧すべり面法で補強 材の最終破断強度をせん断抵抗に加算して斜面の安全率向上を評価する方法で行われ ている。**手法-1**や**手法-2**を用いることにより、補強材の剛性を考慮した補強土工法の 安定解析が可能になると考えられる(詳細については関連論文6)参照)。

補強土工法の例のように、材料や地盤の剛性・変形を考慮した安定解析により、性能設計が可能になる斜面安定問題も少なくないと考えられ、種々のケースへの適用が今後の課題である。

本章で述べた斜面安定解析方法を、地震時の水平震度を考慮する斜面安定解析にも適用できる。この場合は、斜面の安全率を求めるのではなく、全体的な破壊が生じる水平 震度を求めることになる。関連論文 9)~12)では、**手法-2**を用いて、水平震度を考 慮する円弧すべり面法との比較を行い、ほぼ同じ結果が得られることを示している。

# 関連論文

- Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis, 荒井 克彦, 田行 啓一, Soils and Foundations (土質工学会論文報告 集), Vol. 25, No. 1, pp. 43-51, 1985
- 2) Influence of strength anisotropy on the search for critical noncircular slip surface, 荒 井 克彦, 中川 光雄, Soils and Foundations (土質工学会論文報告集), Vol. 26, No. 3, pp. 129-136, 1986
- 3) Limit analysis of geotechnical problems by applying lower-bound theorem, 荒井 克彦, 田行 啓一, Soils and Foundations (土質工学会論文報告集), Vol. 25, No. 4, pp. 37-48, 1985
- 4) A new limit equilibrium analysis of slope stability based on lower-bound theorem, 荒 井 克彦, 中川 光雄, Soils and Foundations (土質工学会論文報告集), Vol. 28, No. 1, pp. 1-15, 1988
- 5) 地盤の変形を考慮した補強土工法の極限設計, 荒井 克彦, 渡辺 映子, 笠原 清麿, 横田 善弘, 第 11 回ジオシンセティックス発表論文集, 国際ジオシンセティックス学会日本支 部, pp. 82-90, 1996.12
- 6)変形と剛性を考慮した補強盛土斜面の安定解析,横田 善弘,荒井 克彦,歯黒 智也, 辻 慎一朗,応用力学論文集, Vol. 9, pp. 445-454, 2006.08
- 7) 急勾配盛土の長期的安定性と設計方法, 横田 善弘, 荒井 克彦, 辻 慎一朗, ジオシンセ ティックス論文集, Vol. 21, pp. 111-118, 2006.12
- 8) Stability analysis of a new type of reinforced earth slope, 横田 善弘, 荒井 克彦, 辻 慎一朗, 太田 秀樹, New Horizons in Earth Reinforcement, pp. 685-691, 2007.11
- 9) 斜面の地震時安定性に関する模型実験と数値解析,王 宗建,荒井 克彦,竜田 尚希,山内 章喜,古川 晋,応用力学論文集,Vol. 10, pp. 363-374, 2007.08
- 10) 地下水位を考慮した盛土斜面の地震時安定解析, 王 宗建, 荒井 克彦, 岡島 尚司, 応用 力学論文集, Vol. 11, pp. 423-434, 2008.08
- Model test and numerical analysis of slope stability during earthquake, 荒井 克彦, 王 宗 建, Lu Liang, Proceedings of the International Conference on Performance-Based Design in Earthquake Geotechnical Engineering (IS-Tokyo 2009),

pp. 873-884, 2009.06

- 12) 地下水位を考慮した盛土斜面の地震時安定解析, 荒井 克彦, 王 宗建, 降雨と地震に対 する斜面崩壊機構と安定性評価に関するシンポジウム発表論文集, pp. 327-334, 2009.10
- 13)変形と剛性を考慮した補強盛土斜面の設計方法に関する研究、横田 善弘:福井大学審 査学位論文[博士(工学)]、2007.9
- 14) 盛土斜面の地震時安定性評価手法の開発と実際斜面への応用に関する研究、王宗建: 福井大学審査学位論文[博士(工学)]、2008.9

# 4. 擁壁土圧

#### 4.1 方針

擁壁に作用する土圧は、擁壁の移動量や変形様式に大きく影響されることが知られて いる。擁壁土圧に関する多数の室内模型実験や現場実験が実施されてきたが、擁壁の変 形と土圧の関係を精度よく表現する簡便で実用的な方法は確立されていない。複雑な変 形をする石積み擁壁やブロック積み擁壁に作用する土圧についても不明確な部分が少 なくない。壁面材と補強土工法を組み合わせる補強土壁工法が普及しているが、壁面材 や補強材がある裏込め地盤の複雑な変形挙動を考慮した土圧の評価方法も十分には確 立していない。

擁壁土圧を推定する実用的な方法として、極限平衡法に基づく Coulomb 式が用いら れる場合が多いが、擁壁の変形や材料の剛性を考慮しにくいため、上述のような複雑な 変形挙動を示す場合の土圧は、Coulomb 式のみでは明確な表現が困難である。FEM な どの数値解析手法に基づく土圧の推定方法が検討されてきたが、従来の数値解析手法で はすべり面のような明確な破壊形式を得にくい難点のために、極限平衡法に基づく伝統 的な設計法との関係が不明確になり、実務には応用しにくかった。

本章では、手法-1(LSFEA-1)と手法-2(LSFEA-2)を擁壁土圧問題に適用して、 Coulomb 式で想定するような破壊形式と、擁壁の変形に応じた主働土圧が得られるこ とを示す。

土圧問題では、擁壁や裏込め土の全重量を1段階で載荷して、擁壁背面への土圧を求 めることになる。

土圧問題では、**手法-2(LSFEA-2)**が**手法-1(LSFEA-1)**より適切な解を与えるので、**手 法-2(LSFEA-2)**を適用した結果を先に述べる。

#### 4.2 手法-2(LSFEA-2)

#### 4.2.1 底面幅の大きい重力式擁壁への土圧

図-4.1 に示す、底面幅 2m のコンクリート重力式擁壁への土圧を対象とする。擁壁背面は鉛直であり、擁壁背面と擁壁底面に、擁壁コンクリートと地盤のズレを表すインターフェイス要素(厚さ 0.01m)を入れる。各要素の物性定数を表-4.1 に示す。



		Ц.	1.1 1/2/1-				
	弹性係数	せん断弾	ポア	単位体積	粘着力	せん断	ダイレ
	Е	性係数	ソン	重量	с	抵抗角	イタン
	(kN/m2)	G	比ν	γ	(kN/m2)	$\phi$ (°)	シー角
		(kN/m2)		(kN/m3)			δ(°)
裏込め土	3000	—	0.33	17	0	30	0
基礎地盤	20000	—	0.33	19	100	45	0
擁壁コン							
クリート	500000	—	0.16	22	—	—	—
擁壁背面							
インターフェイス	3000	500	0.33	—	0	20	0
擁壁底面							
インターフェイス	500000	5000	0.33	—	0	30	0

**表−4.1** 物性定数

応力・ひずみ関係を弾塑性(降伏後に降伏線上を移動)とし、擁壁と裏込め土の全重 量を1段階で載荷して**手法-2(LSFEA-2)**を適用した結果を、図-4.2:降伏要素の分布(降 伏領域)、図-4.3:引張り状態となっている領域、図-4.4:変位分布(変位を構造物寸法 の5倍に拡大)、図-4.5:擁壁への水平土圧分布、に示す。図-4.2には、図-4.1のモデ ルに対する Coulomb 式のすべり面も示す。図-4.5で、土圧分布は水平成分のみである が、図中に示す全主働土圧(P<sub>aC</sub>: Coulomb 式、P<sub>aL</sub>:**手法-2**による解)は鉛直成分 (壁面摩擦成分)を含む数値である。







Coulomb 式は、擁壁の少しの移動を想定して全主働土圧を求めているが、擁壁の移動量と全主働土圧の大きさの関係は表現していない。著者らの実験では、Coulomb 式は、擁壁が十分に移動した状態の完全な主働状態の全土圧に対応することが分かっている<sup>4)</sup>。図-4.1の擁壁は重量が大きいため変形が小さく(擁壁天端の水平変位:2.8mm)、裏込め土が十分な主働土圧状態に到達しないために、**手法-2**は Coulomb 式よりやや大

#### きな全主働土圧を与えている。

Coulomb 式の適用では、一般に土圧応力の三角形分布が想定される。手法-2の計算 では、図-4.3 に示すように、擁壁上部の移動により、上部では裏込め土と擁壁との境界 面が引張り状態となるため、この部分で擁壁への土圧応力は0となる。擁壁下部背面で は、図-4.2 に示すように、裏込め土が降伏していないので、手法-2 は静止土圧に近い 土圧分布を与えており、Coulomb 式の土圧分布より大きくなる。擁壁最下端では、擁 壁底面で若干の移動が生じるため、最下部での土圧応力が減少している。以上のような 土圧分布の結果として、手法-2 による全主働土圧の作用位置は図-4.5 中の矢印に示す ように擁壁最下端から 1.53mとなり、Coulomb 式の適用で一般に用いられる、擁壁高 さの 1/3 (1.67m)より、少し低くなる。しかし、表-4.1 に示すように粘着力がゼロの 砂の裏込めで、図-4.3 に示すような引張り領域が実際に生じるかどうかなどの課題も残 されている。実際の裏込め土では若干の粘着力がある場合が多いと推定され、この場合 は引張り領域が生じるとともに、全主働土圧も減少するはずなので、Coulomb 式の実 際問題への適用は問題ないことになる。また、図-4.5 の土圧分布は、擁壁基礎の根入れ がなく、擁壁底面の摩擦抵抗のみで滑動に抵抗するとした場合の結果であることにも注 意する必要がある。

**手法-2**の計算では、擁壁や裏込め土の変形と剛性を考慮するため、Coulomb 式とやや異なる傾向と結果を与えているが、かなりの程度、実際の現象に近い結果を与えていると考えられる。

#### 4.2.2 底面幅の小さい重力式擁壁への土圧

#### 1) 裏込め土の粘着力 c = 0 の場合

図-4.6 に示す、底面幅 1.5m のコンクリート重力式擁壁への土圧を対象とする。底面幅を除いて、図-4.1 に示すモデルと同一であり、物性定数も表-4.1 と同じである。

応力-ひずみ関係を弾塑性(降伏後に降伏線上を移動)とし、擁壁と裏込め土の全重 量を1段階で載荷して**手法-2**を適用した結果を、図-4.6:降伏要素の分布(降伏領域)、 図-4.7:引張り状態となっている領域、図-4.8:変位分布(変位を構造物寸法の5倍に 拡大)、図-4.9:擁壁への水平土圧分布、に示す。図-4.9の記号などの意味は図-4.5と同 じである。





図-4.6 の擁壁は図-4.1 の擁壁より重量が小さいため、図-4.8 の変形は図-4.4 より大き くなり(図-4.8 の擁壁天端の水平変位:6.8mm、図-4.4 の擁壁天端の水平変位:2.8mm)、 図-4.6 の降伏領域は図-4.2 より大きくなり、裏込め土が完全な主働土圧状態に、より近 くなるため、図-4.9 に示す土圧応力は全体的に図-4.5 より小さくなる。図-4.8 に示す擁 壁の変形が図-4.4より大きくなるため、図-4.7の引張り領域は図-4.3より大きくなるが、 図-4.9に示すように、擁壁と裏込め土の境界面で引張り状態となっている部分は、図-4.5 と変わらない。以上の結果として、図-4.9では、図-4.5に比べて、より Coulomb 式に 近い全主働土圧が得られている。このように、擁壁の変形量に対応した主働土圧を与え ることが、手法-2の利点である。

2) 裏込め土の粘着力 c ≠ 0 の場合

図-4.6 に示す、底面幅 1.5mのコンクリート重力式擁壁への土圧を対象とする(底面 幅を除いて、図-4.1 に示すモデルと同一である)。裏込め土の粘着力cの影響をみるため、 表-4.1 に示す物性定数で、裏込め土の粘着力c = 10 kN/m<sup>2</sup>とした計算を行う。これ以外 の物性定数は表-4.1 と同じである。

応力・ひずみ関係を弾塑性(降伏後に降伏線上を移動)とし、擁壁と裏込め土の全重 量を1段階で載荷して**手法-2**を適用した結果を、図-4.10:降伏要素の分布(降伏領域)、 図-4.11:引張り状態となっている領域、図-4.12:変位分布(変位を構造物寸法の5倍 に拡大)、図-4.13:擁壁への水平土圧分布、に示す。図-4.13の記号などの意味は図-4.5 と同じである。



図-4.10 擁壁土圧のモデルと降伏要素の分布(降伏領域、擁壁底面幅:1.5m、c≠0)





図-4.12 変位分布 (擁壁底面幅:1.5m、c≠0、変位を構造物寸法の5倍に拡大)



図-4.13 水平土圧分布 (擁壁底面幅:1.5m、c≠0)

裏込め土の粘着力c=0の図-4.6とc=10kN/m<sup>2</sup>の図-4.10を比較すると、粘着力の効 果で降伏領域は図-4.10で大きく減少している。図-4.7と図-4.11を比較すると、粘着力 の効果で引張り領域はやや増加している。図-4.12の変形は図-4.8よりやや小さくなっ ている(図-4.8の擁壁天端の水平変位:6.8mm、図-4.12の擁壁天端の水平変位:5.1mm)。 図-4.13に示すように、粘着力による自立効果で、擁壁上部の土圧応力は減少するが、c =0の場合にも擁壁上部の土圧応力は0に近くなっているため(図-4.9)、その効果は小 さい。粘着力により、裏込め土の擁壁下部では、降伏領域が小さくなり(図-4.10)、完 全な主働土圧状態から遠ざかるため、擁壁下部の土圧応力は図-4.9よりやや大きくなる

(図-4.13)。これらの2つの効果の結果として、裏込め土の粘着力cを考慮すると、全主 働土圧は、cを考慮しない場合(図-4.9)より少し大きくなり、土圧合力の作用高さはや や低くなる(図-4.13)。以上の結果として、図-4.13では、Coulomb式に近い全主働土 圧が得られており、実際の裏込め土で若干の粘着力cがある場合にもCoulomb式を適用 することが適切といえる。

# 4.2.3 地盤補強した重力式擁壁への土圧

図-4.14 に示すように、裏込め土に補強材を敷設した底面幅 1.5m のコンクリート重 力式擁壁への土圧を対象とする。補強材を敷設したことを除いて、図-4.7 に示したモデ ルと同一であり、物性定数も表-4.1 と同じである。補強材の物性定数を表-4.2 に示す。 補強材は引張り応力のみを負担するとする。



図-4.14 地盤補強した擁壁土圧のモデル

表-4.2 補強材の物性定数

	弹性係数Eg	厚さA <sub>G</sub>	引張り強度Tg
	(kN./m2)	(m)	(kN/m)
補強材	400000	0.001	77

擁壁と裏込め土の全重量を1段階で載荷して**手法-2**を適用した結果を、図-4.15:降 伏要素の分布(降伏領域)、図-4.16:引張り状態となっている領域、図-4.17:変位分布 (変位を構造物寸法の5倍に拡大)、図-4.18:擁壁への水平土圧分布、に示す。





補強材が擁壁と裏込め土の変形を拘束するため、図-4.17の変形は図-4.8 より小さくなり(図-4.17の擁壁天端の水平変位:3.8mm、図-4.8の擁壁天端の水平変位:6.8mm)、図-4.15の降伏領域は図-4.6 より小さくなり、図-4.16 の引張り領域は図-4.7 より小さく

なっている。このため、裏込め土は完全な主働土圧状態から遠くなることになり、図 -4.18 で、無補強の図-4.9 より大きな全主働土圧が得られている。補強材の引張り抵抗が 裏込め土の変位を抑制するとともに、裏込め土の水平方向のせん断応力を負担することに より水平土圧を減少させる効果が(擁壁の変形が小さいために)+分に発揮されなかった といえる。擁壁の変形によっては、補強材を敷設することにより、全主働土圧が大きく減 少する場合もある<sup>4)</sup>。このように、擁壁や地盤の変形に対応した主働土圧を与えること が、**手法-2** の利点である。**手法-2** により、擁壁の大きさや、地盤と補強材の強度と剛性 を考慮した水平土圧の評価が可能である。この方法は、安定解析に加えて変形量も評価す る今後の性能設計に資すると考えられる。

#### 4.2.4 補強土壁の現場実験への適用

過去に公表されている現場実験結果に手法-2 を適用した結果を示す。図-4.19 に補強 土壁の断面を示す。補強土壁の構造のなど詳細は関連論文<sup>4)</sup>に示す。補強材は図-4.19 に示す主補強材と安定補助材があり、裏込めは山砂で、擁壁と裏込めの間に砕石を敷き 詰める(物性定数は表-4.3 参照)。補強土擁壁の完成後に、裏込め天端に砕石で 0.5m の盛土を行い、9.8kN/m<sup>2</sup>の上載荷重を与えている。



図-4.20 に有限要素分割図を示す。擁壁ははり要素で、補強材はトラス要素で、裏込めと基礎地盤、基礎コンクリートなどは平面ひずみ要素で表す。擁壁と裏込めの間、基礎コンクリートと基礎地盤の間にインターフェイス要素を入れる。擁壁・補強材・コンクリートは弾性体とし、補強材は圧縮応力を、裏込めは引張り応力を負担しないとする。計算で用いた物性定数を表-4.3 に示す。ブロックとブロックの上下方向の結合部は断面 2 次モーメントをブロック部分の 1/10<sup>4</sup> として曲げ剛性を下げた。インターフェイスのせん断抵抗角 φ は、地盤の φ の 2/3 とし、せん断弾性係数は地盤の弾性係数とポアソン比から弾性論で求めた。



**図-4.20** 有限要素分割図

	裏込め	砕石	基礎地盤	コンクリート
$E (kN/m^2)$	$2.94 \times 10^{3}$	$2.94 \times 10^{3}$	$9.70 \times 10^4$	$1.37 \times 10^{7}$
μ	0.30	0.30	0.30	0.16
$\gamma (kN/m^3)$	18.6	19.6	18.6	23.0
$c (kN/m^2)$	0	0	-	-
φ (°)	29.0	45.0	-	-
	ブロック	ブロック連結部	補強材	
$E (kN/m^2)$	$1.37 \times 10^{7}$	$1.37 \times 10^{7}$	$2.65 \times 10^{6}$	
$A(m^2)$	1.40×10 <sup>-1</sup>	1.40×10 <sup>-1</sup>	3.71×10 <sup>-4</sup>	
$I(m^4)$	$2.30 \times 10^{8}$	$2.30 \times 10^4$	-	

表-4.3 物性定数

手法-2による計算結果として、擁壁に作用する土圧分布を図-4.21に示す。図中の「擁 壁完成」、「上載荷重載荷」はそれぞれの施工時点を示す。擁壁完成時の水平土圧応力分 布の計測結果は上端から4m付近で減少し、全体としてCoulomb式よりかなり小さい。 計算結果は上端から5m付近で減少し、最下部では計測結果より少し大きいが、全体的 には計測結果をほぼ再現している。計測結果がCoulomb式より小さい理由は、4.2.3で 前述したように、補強材が引張り応力を負担して裏込めのせん断応力を軽減することに よると考えられる。上載荷重載荷時の土圧の計測結果は最下部で増加し、中央部ではそ れほど変化していない。計算結果も同じ傾向を示している。擁壁の水平変位を図-4.22 に示す。擁壁完成時の水平変位の計測結果は最大で約65mm(基礎の水平変位を含めて 約85mm)であり、中央部が前方にはらみ出した形となっている。計算結果は計測結果 をほぼ再現している。上載荷重による水平変位の増加は、計測・計算結果ともに壁面上 部で顕著になるのは、根固めコンクリートが擁壁下端の変位を拘束しているためと考え られる。上載荷重に対する応答についても計算結果は計測結果をほぼ再現している。以 上のように、手法-2により、現場実験の結果をほぼ再現している。



#### 4.3 手法-1(LSFEA-1)

#### 4.3.1 底面幅の大きい重力式擁壁への土圧

図-4.1、表-4.1 に示した重力式擁壁への土圧を対象とし、擁壁と裏込め土の全重量を 1 段階で載荷して手法-1(LSFEA-1)を適用した結果を、図-4.23:降伏要素の分布(降伏 領域)、図-4.24:引張り状態となっている領域、図-4.25:変位分布、図-4.26:擁壁への 水平土圧分布、に示す(図-4.26では、変位を構造物寸法の5倍に拡大)。これらの結果 は不自然ではないが、図-4.26に示すように、やや過大な全主働土圧が得られている。

図-4.23~図-4.26 では、擁壁背面のインターフェイス要素は弾塑性、裏込め地盤は弾 完全塑性としている。擁壁背面のインターフェイス要素を弾完全塑性とすると、最初の 降伏時点の応力が擁壁への土圧として固定され、擁壁の変形と地盤の応力再配分現象が 表現できないため妥当な土圧が得られない。裏込め地盤を弾塑性とすると、裏込め地盤 内の応力分布が不自然な結果しか得られない。





図-4.26 水平土圧応力分布 (擁壁底面幅:2m)

# 4.3.2 底面幅の小さい重力式擁壁への土圧

図-4.7 に示す、底面幅 1.5m のコンクリート重力式擁壁への土圧を対象とし、擁壁と 裏込め土の全重量を1段階で載荷して手法-1を適用した結果を、図-4.27:降伏要素の 分布(降伏領域)、図-4.28:引張り状態となっている領域、図-4.29:変位分布、図-4.30: 擁壁への水平土圧分布、に示す(図-4.26では、変位を構造物寸法の5倍に拡大)。4.3.1 と同じように、擁壁背面のインターフェイス要素は弾塑性、裏込め地盤は弾完全塑性と している。

図-4.27~図-4.30の結果は不自然ではないが、擁壁重量が減少して、図-4.29に示すように、擁壁と裏込め土の大きな変形が生じているにも関わらず、全主働土圧は、図-4.26と比べてほとんど減少していない。手法-1のように、初期降伏後にせん断帯の方向を固定する方法では、擁壁の変形と裏込め土の応力再配分の現象を十分には表現しにくいようである。





#### 4.4 まとめ

土圧問題は、地盤と構造物の境界面での地盤の応力を求める問題である。境界面での 地盤の応力を荷重として構造物の変位が生じ、その変位に応じて地盤の応力が変化し、 さらに構造物の変位が変化するという、構造物と地盤の相互作用問題を扱うことになる。 このため、地盤内の応力再配分を適切に表現する地盤の応力-ひずみモデルが必要にな る。**手法-1**(LSFEA-1)で弾完全塑性とする場合、この応力再配分現象を十分には表現し にくく、妥当な結果が得られないようである(**手法-1** で弾塑性としても、妥当な結果 は得られない)。

**手法-2(LSFEA-2)**で弾塑性とした場合に、上述の地盤内の応力再配分が適切に表現されるようであり、4.2 で示したように、妥当な結果が得られる。結論として、土圧問題では、**手法-2** で弾塑性とする方法が適切である。

**手法-2**を適用することにより、裏込め土の粘着力c = 0とする場合には Coulomb 式とほぼ一致する全主働土圧が得られる。裏込め土に 10 kN/m<sup>2</sup>程度の小さい粘着力を考慮しても、Coulomb 式とほぼ一致する全主働土圧が得られる。

裏込め地盤に補強材を敷設した場合、①補強材が擁壁の変形を拘束して擁壁への主働 土圧を大きくする効果と、②補強材の引張り応力が、裏込めのせん断応力の一部を負担 することで、擁壁への土圧を減少させる効果の、2つの効果が重なって擁壁に作用する 土圧が決まる。

**手法-2**を適用することにより、擁壁の変形に応じた主働土圧の大きさや、補強土壁 工法における土圧など、擁壁や地盤の変形や剛性を考慮した土圧の評価が可能となり、 変形を考慮した性能設計を前進させる一つのステップとなると考えられる。

なお、**手法-2**の適用を通じて、土圧問題の次の特性が明らかとなった<sup>2)</sup>。1) 主働土 圧は裏込めの変形係数の影響を受けない。2) Coulomb 摩擦面の最終破壊状態の応力は 多くの要因の影響を受けない。

#### 関連論文

- A lower-bound approach to active and passive earth pressure problems, 荒井 克彦, 神亀 理恵, Soils and Foundations (土質工学会論文報告集), Vol. 30, No. 4, pp. 25-41, 1990
- 2) Active earth pressure founded on displacement field, 荒井 克彦, Soils and Foundations (土質工学会論文報告集), Vol. 33, No.3, pp. 54-67, 1993
- 3) 地盤の変形を考慮した主働土圧の計算法, 荒井 克彦, 中島 俊宗, 地盤の破壊とひずみの 局所化に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp. 97-100, 1994.6
- 4) ブロック積み擁壁土圧の模型実験と数値解析, 荒井 克彦, 辻 慎一朗, 藤田 貴準, 町原 秀夫, 応用力学論文集, Vol. 10, pp. 403-414, 2007.08
- 5) Full-scale model test and numerical analysis of reinforced soil retaining wall, 荒井 克 彦, 吉田 浩一, 辻 慎一朗, 横田 善弘, New Horizons in Earth Reinforcement, pp. 481-485, 2007.11
- 6) 二重壁構造をもつ垂直補強土擁壁の現場実験と数値解析,吉田浩一,荒井克彦,辻慎一朗,横田善弘,竜田尚希,ジオシンセティックス論文集,Vol. 22, pp. 213-218, 2007.11

# 5. 支持力

#### 5.1 方針

極限平衡法などに基づく古典的支持力理論は実用的な手法であるが、地盤の変形や剛 性を表現できないため、多層地盤や補強材を敷設した場合などには適用しにくい。本章 では、**手法-1**(LSFEA-1)を用いて、複雑な載荷条件で支持力を求める方法を示す。

古典的支持力理論では、例えば、水平地盤上の帯基礎の支持力問題で図-5.1 に示すような破壊形式に基づいて、極限平衡法などを用いて極限支持力が求められる。多数の模型実験などでも、図-5.1 に示すような破壊形式が観測されている。このような破壊形式をFEM などで表現することは必ずしも容易ではなかった。ひずみの分布に注目して、ひずみが、ある限度を超えた有限要素を連ねて図-5.1 のような破壊形式を表現する試みも行われている。しかし、図-5.1 に示すような古典的支持力理論におけるすべり面は応力で表現した降伏状態の連続線であり、古典的支持力理論とFEM のギャップを埋めるためには、FEM でも、破壊形式を「応力の降伏条件」で表現する必要がある。

応力の降伏条件で破壊形式を表現することが困難であった原因の一つは、図-5.1 に示 すように、フーチング下部では主働状態(鉛直応力が水平応力より大きい状態)、フー チングから離れた部分では受働状態(鉛直応力が水平応力より小さい状態)となり、主 応力の回転が生じることである。特に受働領域での、応力による破壊状態の表現が困難 であった。後述するように、**手法-1**を用いることにより、応力の降伏条件を用いて、 図-5.1のような破壊形式の表現が可能になった。



図-5.1 破壊形式とせん断帯の方向

一般に、支持力問題では、基礎荷重を逐次的に増加させて、地盤が破壊したときの荷 重を支持力とする。3. 斜面安定、4. 擁壁土圧で述べたように、手法-1(LSFEA-1)、手 法-2(LSFEA-2)ともに、完全な破壊状態における地盤の塑性変形の顕著な増加を表現す ることは困難である。土圧問題は構造物の安定な最終状態を対象とするので、この欠点 は大きな問題にはならない。斜面安定問題では、この欠点を補うために、降伏要素が連 続して(すべり面のような)全体的な破壊様式が生じた状態を斜面の破壊とした。支持 力問題で、基礎荷重を逐次的に増加させて手法-1を用いると、荷重・沈下曲線において 沈下量が顕著に増加する現象をかなりの程度表現できるが、明確な破壊点から支持力を 決めることは必ずしも容易ではない(これは、実際地盤における載荷試験の荷重・沈下 曲線から支持力を一意的に決定しにくいことと同じである)。このため、荷重・沈下曲線 で沈下量が顕著に増加する点と、基礎地盤内に古典的支持力理論におけるような明確な 破壊様式が生じた段階の基礎荷重の2点を合わせて極限支持力を定義する。

# 5.2 手法-1(LSFEA-1)

### 5.2.1 帯基礎への中心載荷

#### 1) 有限要素分割他

古典的支持力理論との比較を行うために、水平面上の帯基礎の中心載荷を対象とし、 図-5.2 に示す仮想地盤に対して手法-1 を適用する。フーチング幅 B=3m、フーチング 厚さ T=1m である。中心載荷なので、対称軸の右側領域のみを対象とする。フーチン グははり要素で表す。フーチングと基礎地盤の間にインターフェイス要素(厚さ 0.01m) を設ける。物性定数を表-5.1 に示す。応力-ひずみ関係は弾完全塑性とする(降伏後に 降伏線上を移動する弾塑性とすると、手法-1 では解が求まらない)。



図-5.2 帯基礎への中心載荷のモデル

	弹性係数	せん断弾	ポアソン	単位体	粘着力	せん断	タ゛イレイタン
	Е	性係数	比ν	積重量	с	抵抗角	シー角 δ
	(kN/m2)	G		γ	(kN/m2)	$\phi$ (°)	(°)
		(kN/m2)		(kN/m3)			
基礎地盤	10000	—	0.33	18	10	30	0
フーチンク゛							
コンクリート	5000000	_	0.16	22	_	—	—
フーチング底面							
インターフェイス	10000	3000	0.33	—	10	30	0

表-5.1 物性定数

# 2) 初期応力

基礎地盤の自重の影響を考慮するため、基礎地盤の初期応力は土かぶり圧と等しいと して等方応力で与える。正規圧密地盤のような異方の初期応力を与えると(降伏状態に 近い状態からスタートすることになるため)、古典的支持力理論より大幅に過小な支持 カしか得られない。古典的支持力理論では、このような現象を考慮していないので、古 典的支持力理論との比較のために等方初期応力とする。

3) せん断帯方向の選択

斜面安定問題や土圧問題においては、図-3.2 などに示すように主働状態と受働状態が 共存する場合は少ないので、図-2.4 に示した、せん断帯の2つの方向の選択が問題にな ることはなく、1つの方向を指定しておけばよい。しかし、支持力問題においては、図 -5.1 に示すように、フーチング下部では主働状態、フーチングから離れた部分では受働 状態となるため、図-5.1 に示すように、図-2.4 のせん断帯の方向の選択が必要になる。 図-5.1 で $\sigma_1$ は最大主応力を表す。図-5.1 に示すように、せん断帯の方向選択の方法は 比較的容易であり、主働クサビの側面(図-5.1 中のC-C'線)では、図-2.4 のB-B'線、そ れ以外の部分では、A-A'線を選択すればよいことになる。

当初、この選択を行うために、支持力問題への**手法-1**の適用においては、有限要素 分割の際に、フーチング下に予め主働クサビを作っておくことが必要と考えていたが、 破壊が生じる前から、このような主働クサビを作る有限要素分割は降伏が生じる前の段 階の状態を再現できないなどの恣意的な条件を与える可能性もある。そこで、ここでは 次のような方法で、この問題への対処を行う。

- 図-5.3に示す破線のように、主働クサビを想定する(有限要素分割を行うわけではない)。主働クサビの傾き αは式(2.5)で与える。これは中心載荷のように、主働クサビの形状が明らかな場合である。より一般的な場合の主働クサビの設定方法は5.2.2で述べる。
- ② 図-5.4 に示すように、図-5.3 の破線が通る有限要素領域を主働クサビ側とそれ以 外の領域に分ける。
- ③ ②の主働クサビ側の有限要素領域では、降伏したとき、図-2.4の B-B'のせん断 帯方向を、主働クサビ側以外の有限要素領域では図-2.4の A-A'のせん断帯方向 を選択するように指定する。



図-5.3 主働クサビ位置の想定



図-5.4 主働クサビ領域(せん断帯方向)の設定

4) 載荷圧力比

古典的支持力理論との比較を容易にするために、載荷圧力比Rを次式で定義する。

 $R=q/q_u$ 

(5.1)

ここで、q: ある段階での載荷圧力、q<sub>u</sub>: Terzaghi式による極限支持力(圧力)である。 5)計算結果

図-5.5 にフーチング中心における載荷圧力比 R-沈下曲線を示すが、R=1.0 付近で、 ある程度明確な折れ点を示す。



図-5.6(a)~(e)に、Rに応じた降伏要素分布を示す。図の各有限要素内の斜線が図-2.4 のせん断帯の方向と、その要素が降伏していることを示す。図-5.6(a)のR=0.3の段階 では、フーチング周辺下部の一部に降伏領域が生じている。図-5.6(b)のR=0.6の段階 では、降伏領域が拡大するとともに、主働クサビができかけている。図-5.6(c)のR=0.9 の段階では、主働クサビが完成するとともに、受働領域でも部分的に降伏が生じている。 図-5.6(d)のR=0.98の段階では、図-5.1に示すような破壊形式がほぼ生じているが、主 働クサビの最下端からスタートするすべり面が完全に連続した状態にはなっていない。 図-5.6(e)のR=1.0の段階では、図-5.1に示すような破壊形式が完全にできあがってい ると判断される。載荷圧力比Rを1.0以上に増加させても、降伏領域が少しずつ拡大す るのみである。図-5.6(e)のR=1.0の段階で図-5.1に示すような破壊形式が完成した後 は、地盤の側方へのすべり変形が卓越するようになることが、図-5.5に示すR=1.0を超 えた後の顕著な沈下量の増大をもたらしていると判断される。以上のことから、図-5.5 の載荷圧力比R-沈下曲線における沈下量の顕著な増加と、図-5.6(e)の破壊形式の完成 の2つを合わせて、R=1.0を極限支持力とする。この段階のRをRerとする。この場合は、 手法-1がTerzaghi式と一致する極限支持力を与えることになる。



図-5.6(a) 載荷圧力比 R=0.3 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、 フーチング周辺下部の一部に降伏領域が生じている)



図-5.6(b) 載荷圧力比 R=0.6 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、 降伏領域が拡大するとともに、主働クサビができかけている)

			1//	///	1//	///	1//	///	///
					//	///	///	///	///
	////	///							
	////								
777777777777777777777777777777777777777	////								
~~~~~				+++	++-	+++	+++		
KKKKKKKEEEE			++-	+++	++	+++	++		
KKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKKK			++-		++-	+++	++		
777777777777777					++		+		
					++		+		

図-5.6(c) 載荷圧力比 R=0.9 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、 主働クサビが完成するとともに、受働領域でも部分的に降伏が生じている)

$\square$	Τ	Τ	1/			-	+	+	4	J	Į,	Π	Ι	/		Τ					1	1		/	12	1	1	-	/	/	1	1	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
Π	Τ	1/				-	+	Ŧ	Ŧ	Т	Τ	Τ				1	/	/	/	/		/	2	/	12	1		-	/	/	2	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
17	4	不	Л			4	Ŧ	Ŧ	Ŧ	Ŧ	T	7	7	/	7	Ŀ	7	/				17	Þ	12	-1-	7	7	기	/	/												
71	朩	7	オ			4	4	Ŧ	+	4	ネ	7	7	/	7	1	-	/	$\sim$	1	7	17	17	17	17	1	t	1														
17	小		И			4	4	+	+	7	7	-	-	~	~	-	~	~	$\sim$		~	17	1		1	$\top$																
团	7	7	И			4	4	Ŧ	Ŧ	Ŧ	7	7	-	_	2		7	~	$\sim$	$\sim$	7	7	7	·	Т	Т	Т	Т														
	1	1				4	4	-	+	+	+	-		_	-	• •	~	~	~	1	1	/	1																			
$\nabla$	J.	1	Л		$\forall$	4	4		-	-	-	-	-	-	-	1 -	-	~	-	/	$\geq$																					
$\Sigma$	J.		$\square$		$\forall$	$\overline{1}$		ŀ	4	1	-	-	-			-	~	~	~																							
$ \Sigma $	1	1	$\square$			4		1	+	+	4	4	-1				~	~																								
14	4	4	4			4	4	÷	÷	+	#	4	_		_	-	-			-	-	-	-	-	-	_	_	_														-
14	4	42	4		Þ	4	*	*	+	4	+	-	-		-	+	_			-	1	-	+	-	+	+-	+	_			_		_	L		L	-	-				
LAL)	1	1	$\square$			7	4	4	+	4	4	-	-		_	+	_			L	_	-	-	-	-	_	_	_			_			L		L	L					
14	1	1	P			7	4	4	4	4	4	4	-	·	_	+	_		L	L	_	-	-	-	-	+	_	_			_		_	L	<u> </u>	L	<u> </u>	<u> </u>	L	<u> </u>		
144	4	42	4		$\geq$	A	Y	4	4	4	4	1	1	~~~	-	+	_		<u> </u>	-	-	+	+	+	+-	+-	_	-	_	_	_		_	-	-	<u> </u>	-	-	<u> </u>	_		
141	4	47	42		Ч	7	4	¥	¥	4	4	4	1	-	-	+	_		-	-	-	+	+	-	+	+-	+	-	_	_	-		_	-	-	L	-	-	-	-		
N	1	١Ņ	1		М	Ч	Y	4	4	4	4	4	-	~																												
$\langle \cdot \rangle$	1					4		ł	4	4	ł	4		~		Γ										Γ																
	1	1	1			4		4	4	4	4	4				Т							Γ			Τ	Τ															
1	1	1	1			4	4	4	4	4	4	4	-			Τ							Γ		Τ	Τ	Τ															
T <sub>1</sub>	1	1	1			4	4	4	4	4	1	1				T						1	T	T	T	T	T	1														
H	t	+	+	H		t	t	$^{+}$	$^{+}$	$^{+}$	+	+	+	_	-	$^+$	-	_		-	-	+	+	+	+	+	+	-	_		-		-	-	-	-	-	-	$\vdash$			
Щ	1					1	N		4	4	4						_																									
Ш																																										
ΓT	T	Г	Γ			T	T	T	T	T	T	1	1			Г					1		Γ	1		Γ	Г	T														
Π	T	Τ				1	T	T	T	T	T	1				Τ												1														

図-5.6(d) 載荷圧力比 R=0.98 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、
 図-5.1 に示すような破壊形式がほぼ生じているが、主働クサビの最下端からスタートするすべり面が完全に連続した状態にはなっていない)



図-5.6(e) 載荷圧力比 R=1.0 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、

図-5.1 に示すような破壊形式が完全にできあがっている)

**図-5.7** に **R=1.0** の段階での変位分布を示すが、**手法-1** による極限支持力が**図-5.7** の 変位分布に裏付けられている点が利点である。



図-5.7 載荷圧力比 R=1.0 での変位分布

6) その他

ここでは一つのケースのみを示したが、水平地盤上の帯基礎では、載荷幅や物性定数 を変えても、**手法-1**により Terzaghi 式とほぼ一致する極限支持力が得られることを確 認している<sup>2)</sup>。

有限要素分割の精粗は、図-5.1のような破壊形式の完成の段階に若干ではあるが影響 するので、図-5.2に示すように、特に主働クサビ最下端からスタートするすべり面が主 働領域から受働領域へ移る付近の要素を細かくする必要がある。

#### 5.2.2 帯基礎への偏心載荷

1) 有限要素分割他

水平面上の帯基礎への偏心載荷を対象とし、図-5.8 に示す仮想地盤に対して手法-1 を 適用する。中心からの偏心量 e=0.6m とすることを除いて、フーチング(幅 B=3m、厚 さ T=1m)、基礎地盤の厚さ、フーチングをはり要素で表すこと、フーチングと基礎地 盤の間にインターフェイス要素を設けること、物性定数(表-5.1)、基礎地盤の初期応 力の与え方の全てが 5.2.1 の中心載荷のモデルと同じである。



図-5.8 帯基礎への偏心載荷のモデル

2) せん断帯方向の選択

中心載荷の場合は、図-5.3 に示すように、容易に主働クサビとせん断帯方向を設定で きるが、偏心載荷などの一般的な場合には次の手順が必要である。

- 図-5.8 で小さな偏心載荷重を与えて、図-5.9 に示すような最大主応力分布を求める。
- ② 図-5.9 で、フーチングの左側では図-2.4のA-A'のせん断帯方向を、右側では図-2.4のB-B'のせん断帯方向を選択することとして、式(2.5)に従って、最大主応力の方向と π/4-φの方向で交わるように主働クサビを設定する。図-5.9中の破線が、その結果である。
- ③ 図-5.9 に基づいて、図-5.10 に示すように A~D の 4 領域を設定し、A 領域:図 -2.4 の A-A'方向、B: B-B'方向、C: B-B'方向、D: A-A'方向、と指定する。



図-5.9 最大主応力分布と主働クサビの設定



図-5.10 せん断帯方向を指定するための領域分割

3) 計算結果

図-5.11 に図-5.8 の載荷点における載荷圧力比 R-沈下曲線を示すが、R=0.5 付近で、 ある程度明確な折れ点を示す。



図-5.12(a)~(c)に、Rに応じた降伏要素分布を示す。図の各有限要素内の斜線が図-2.4 のせん断帯の方向と、その要素が降伏していることを示す。図-5.12(a)のR=0.3の段階 では、偏心載荷側の一部に降伏領域が生じている。図-5.12(b)のR=0.4の段階では、主 働クサビができかけ、偏心載荷と反対側に降伏領域が生じ始めている。図-5.12(c)の R=0.52の段階では、主働クサビがほぼできあがり、全体的な破壊様式が完成している。 載荷圧力比 R を 0.52以上に増加させても、降伏領域が少しずつ拡大するのみである。 図-5.12(c)のR=0.52の段階で破壊形式が完成した後は、地盤の側方へのすべり変形が 卓越するようになることが、図-5.11に示すR=0.5付近を超えた後の顕著な沈下量の増 大をもたらしていると判断される。以上のことから、図-5.11の載荷圧力比 R-沈下曲線 における沈下量の顕著な増加と、図-5.12(c)の破壊形式の完成の2つを合わせて、 Rcr=0.52を極限支持力とする。



図-5.12(a) 載荷圧力比 R=0.3 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、 偏心載荷側の一部に降伏領域が生じている)



図-5.12(b) 載荷圧力比 R=0.4 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、 主働クサビができかけ、偏心載荷と反対側に降伏領域が生じ始めている)



図-5.12(c) 載荷圧力比 R=0.52 での降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向、 主働クサビがほぼできあがり、全体的な破壊様式が完成している)

偏心載荷に対する実用式として、基礎幅 B から偏心量の 2 倍を引いた値を基礎の有 効幅  $(B_e=B-2e)$  とする Meyerhof の方法が用いられる場合が多い。この場合は、 $B_e$ =  $3m-2 \times 0.6m = 1.8m$  となるので、中心載荷の 0.6 倍 (1.8m/3m) の支持力となる。 手法-1 による極限支持力の結果である載荷圧力比  $R_{cr}=0.52$  は、Meyerhof の方法より やや小さな支持力を与えている。

図−5.13 に R<sub>cr</sub>=0.52 の段階での変位分布を示すが、**手法−1** による極限支持力が図−5.13 の変位分布に裏付けられている点が利点である。



図-5.13 載荷圧力比 R=0.52 での変位分布

#### 5.2.3 その他の支持力問題への適用

斜面上の帯基礎に対する中心載荷の室内模型実験を行い、**手法-1**を適用した結果の 概要を示す<sup>3)</sup>。過去の検討であり、予め主働クサビを想定する方法を用いているため、 9パターンの主働クサビに応じた解析を行い、その中の最小の支持力を解としている。 図-5.14にCase1:補強材を敷設しない場合、Case2:補強材を1層敷設した場合、Case 3:補強材を2層敷設した場合の降伏要素分布を示す。図-5.15に載荷圧力-沈下関係を 示すが、補強材を2層敷設したCase3で支持力が向上している。図-5.14に示すように、 Case2では補強材の上部で破壊が生じているため、支持力の向上にはつながらない。支 持力・破壊様式などで実験結果と数値解析結果はよく一致する結果を得ている。



図-5.14 斜面上の帯基礎(降伏領域とせん断帯の方向)



#### 5.3 手法-2(LSFEA-2)

**手法−2**(図−5.17中の Numerical Procedure 2)は、2章で述べたように、 Mohr-Coulomb 降伏基準に基づく従来の弾塑性解析である。**手法−2**による降伏要素分 布を図−5.16に、載荷圧力−沈下曲線を図−5.17に示す。過去の検討結果を引用している ため、図−5.16に示すように予め主働クサビを設定しているが、**手法−2**は古典的支持力 理論で想定するような降伏要素分布を与えず、図−5.17でも明確な折れ点を与えない。

同じモデルに対して**手法-1**(図-5.17中のNumerical Procedure 1)を適用した結果、 **手法-1**は、図-5.17で、ある程度明確な折れ点を示し、図-5.18でPrandtlが想定したす べり線に類似した破壊様式を与えており、R<sub>er</sub>=1.06はTerzaghi式にほぼ一致している。





図-5.18 手法-1 による降伏要素分布(降伏領域とせん断帯の方向)

#### 5.4 まとめ

**手法-1**(LSFEA-1)は、古典的支持力理論で想定するような破壊形式を与え、荷重-沈下 曲線においても、ある程度明瞭な折れ点(破壊点)を与える。**手法-2**は、古典的支持 力理論で想定するような破壊形式を与えず、荷重-沈下曲線においても明瞭な折れ点を 与えない。

古典的支持力理論で想定するような破壊形式を得るためには、**手法-1** におけるよう に、①smeared shear band approach に基づいてせん断帯を想定すること、②応力-ひ ずみ関係を弾完全塑性とすること、③2.1.7 で示した修正初期応力法により、初期応力 法を厳密に解くことの3つが不可欠の条件である。smeared shear band approach に基 づいてせん断帯を想定しても、従来の初期応力法を用いると、古典的支持力理論で想定 するような破壊形式は得られない。

せん断帯の方向に2つの可能性があるが、降伏したときに、どちらの方向をとるかを 規定しておけば、予め(有限要素分割の際に)フーチング下の主働クサビを設定する必 要はない。

結論として、支持力問題では**手法-1**が有効である。**手法-1**を用いることにより、沈下量と破壊形式を考慮した極限支持力の評価が可能になる。偏心載荷や基礎地盤に補強材を敷設する場合、複雑な地層や形状の基礎地盤の支持力など、変形と剛性を考慮した 広範囲の支持力の評価も可能となる。

#### 関連論文

- 1) Bearing capacity considering stiffness of reinforced material, 荒井 克彦, 掃部正紘, 野村 俊一, 横田 善弘, Landmarks in Earth Reinforcement (IS-Kyushu '01), Vol. 1, pp. 523-528, 2001
- 2) Laboratory model test and numerical analysis of bearing capacity of rigid strip footing, Lu Liang, 荒井 克彦, 王 宗建, 応用力学論文集, Vol. 10, pp. 351-362, 2007.08
- 3) Laboratory model test and numerical analysis of bearing capacity of rigid strip footing on slope, Lu Liang, 荒井 克彦, 王 宗建, 西山 竜司, 応用力学論文集, Vol. 11, pp. 399-410, 2008.08
- 4) 種々の載荷条件での帯基礎の支持力に関する室内模型実験と数値解析, 荒井 克彦, Lu Liang, 上木 美菜子, 第 54 回地盤工学シンポジウム平成 21 年度論文集, pp. 307-314,

2009.11

5) Laboratory model tests and numerical analysis of bearing capacity of rigid strip footing, Lu Liang: A Dissertation Submitted to the Fukui University for the Degree of Doctor of Engineering, 2008.9

# 6. あとがき

本書は、地盤や構造物の変形と剛性を考慮した安定解析を行うための手法-1 (LSFEA-1)と手法-2(LSFEA-2)の斜面安定、土圧、支持力問題への適用性について述べ た。斜面安定問題では手法-1 と手法-2 の両方が適切な結果を与える。土圧問題では手 法-2 が適切な結果を与える。支持力問題では手法-1 が適切な結果を与える。

**手法-1** は、初期降伏段階でせん断帯の方向を固定したうえで弾完全塑性体とするため、斜面安定や支持力問題のような単調載荷で、せん断すべりの方向を含めた全体的な破壊様式を表現するためには有効であるが、土圧問題のように、構造物の変形に応じた地盤の応力の再配分が重要な場合には限界がある。

斜面安定問題では**手法-1**または**手法-2**、土圧問題では**手法-2**、支持力問題では**手法** -1を使い分けることにより、古典的な安定解析で想定されるような破壊形式に基づき、 応力分布と変位分布に裏付けられた解を得ることができる。この手法により、構造物や 地盤の変形と剛性を考慮した複雑な形状や条件の問題における安定解析が可能となる と考えられる。

この手法は、設計実務への適用を目指しており、必ずしも、実際地盤の挙動の再現を 目標としたものではないが、この手法により室内模型実験や現場実験の計測結果を実際 に近く表現できる場合も多い。

本書で述べた手法については、別の定式化の方法など、改善点が残されている可能性 もあり、御指摘・御批判をいただければ幸甚である。また、実際問題への適用実績も十 分に多くはないので、今後さらに適用例を増やして妥当性を検討していく必要がある。

**手法-1(LSFEA-1)**と**手法-2(LSFEA-2)**の FORTRAN プログラムとデータ入力方法を 添付したので、種々の安定問題に適用されて検討がなされることを期待する。

本書が、地盤構造物の設計の合理化や、性能設計の進展の一つのステップとして寄与することを期待したい。

末尾ですが、本書で述べた手法の開発に、博士論文・修士論文・卒業論文などで貢献 していただいた福井大学工学部 建築建設工学科 地盤工学研究室 OB・OG 諸氏、本書 をまとめるうえで御支援をいただいた NPO 福井地域地盤防災研究所メンバーの方々、 御指導と御助力をいただいた多数の方々に深く感謝の意を表します。

#### 連絡先:

荒井 克彦 福井大学名誉教授

〒910-0004 福井市宝永 2-4-3 北出宝永ビル 3F

NPO 福井地域地盤防災研究所

E-mail : bousai@trad.ocn.ne.jp

URL : http://jibanbousai.jimdo.com/

# 参考資料1 入力データの説明

#### 1.1 概要

本文 図-3.1 を例として、手法-1 (LSFEA-1) と手法-2 (LSFEA-2) の入力データを示す。 各項目ごとに、図-3.1 の具体的な入力データを示し、その後にデータの意味を述べる。

1.2 手法-1(LSFEA-1) 1) タイトル (1行) SAMPLE PROBLEM FOR SLOPE STABILITY 2) 全体パラメータ(FORMAT 1015) 955 888 3 0 0 1 1 10 0 1 0 1 1 1 1 1 ①節点数(955) ②要素数(888) ③材料の種類数(3) ④荷重がかかる節点の数(**0**): ⑤土圧問題で壁面土圧を計算する要素の数(0): ⑥初期応力セットの数(1) ⑦修正初期応力法における最大反復回数(10): ⑧完全塑性(1) 0=完全塑性を考慮しない(弾塑性)、1=Mohr-Coulomb 材のみを完全塑性とする、 **2=Mohr-Coulomb** 材と Coulomb 材の両方を完全塑性とする ⑨降伏応力σ<sub>4</sub>を計算するときに、降伏前の応力として何を採るか(0) **0**=⑥で入力した初期応力、 1=各要素で計算された平均応力(Mohr-Coulomb 材)または垂直応力(Coulomb 材) ①プリント (1) 0=節点データと要素データのプリントなし、1=プリント ① 地下水位 (0) 0=考慮しない、1=水中単位重量で計算、2=間隙水圧考慮 地下水位を考慮する方法:地下水位を考慮しないで計算した垂直応力(0)と、地下水 位以下を水中単位重量で計算した垂直応力(1)の差を見かけの間隙水圧とみなして入 力して計算する(2)。 (1)荷重ステップ数(1) (13実際に計算する荷重ステップ数(1) (Micro-AVS に出力する荷重ステップ数(1) <sup>15</sup>Micro-AVS に出力する荷重ステップ番号(1) 3) 節点データ(I5, 2F10.0, 3I5) 節点 No. X 座標 Y 座標 X 固定 Y 固定 回転固定(固定する場合、1 を入力) 1 30,000 20.000 0 0 0 31.000 2 20.000 0 0 0 3 32.000 20.000 0 0 0 955 -2.0000.000 0 0 0

4) 要素データ(1015) 要素 No. 構成節点(4個) 要素型 材料 No. 自重 初期応力 No. せん断帯方向 1 42 43 2 1 5 1 1 1 2 2 2 43 3 5 44 3 44 45 3 5 4 \_ \_ 5 888 950 951 861 860 ①要素型(K2):1=トラス(軸力のみ負担)、2=はり(軸力と曲げを負担)、 3=ジオテキスタイル(引張り軸力のみ負担)、4=平面ひずみ(弾性)、 5=平面ひずみ(弾塑性)、6=インターフェイス (2)自重 0=自重なし、1=自重考慮 ③せん断帯方向 1=本文 2.1.4 図-2.4 における A-A'方向、2=B-B'方向 注)要素型~せん断帯方向欄に「0」があると、上の行の数値が自動的に入る。 5) 材料定数(12,7F10.0) 材料 No. 特性1 2 3 4 5 6 7 3000. 0.33 1.0 17.0 15.0 20. 0.0 1 2 20000. 0.33 1.0 18.0 100.0 45. 0.0 3000. 0.33 17.0 45. 3 1.0 100.0 0.0 特性1=弾性係数(K2=1~5)、せん断弾性係数(K2=6) 2=ポアソン比(K2=4、5)、断面積(K2=1~3)、弾性係数(K2=6) 3=1.0 (K2=4、5)、断面 2 次モーメント (K2=3)、ポアソン比 (K2=6) 4=単位体積重量 5=c(粘着力) 6=φ (せん断抵抗角)  $7 = \delta$  (ダイレイタンシー角) 6)荷重データ(215, F10.3) 節点No. X-Y 荷重 X-Y:1=X方向、2=Y方向、3=モーメント 注)この例ではデータなし 7)壁面土圧を計算する要素(1015/10F8.0) インターフェイス要素 No. 各要素の長さ 注)この例ではデータなし 8) 初期応力データ(15, 3F10.3) No. σχ σν τχν 0.01 1 0.01 0.0

9) 水平震度(F8.3)

0.0 10) その他の定数(**3F10.3**) 1.0 0.10 1.08 ①変位の計算結果を出力するときの倍数(1.0) ②拘束圧力変化の判定誤差(0.10) 注)通常は使用しない ③せん断強度の安全率 Fs (1.08) 11) 支持力計算用データ(I5.F10.3) 節点 最終荷重比 0 0. ①沈下を出力する節点 No. (0) ②6)の荷重の、Terzaghi 解に対応する荷重への比(0.) 12) 初期変位の入力(**2I5**) 0 ①0=入力しない、1=入力(「DADISP」ファイルを準備) 13) 等価節点力を計算する節点 0 1.3 手法-2(LSFEA-2) 以下の項目を除いて、LSFEA-1と同じである。 2) 全体パラメータ(1015) 955 888 3 0 0 1 1 300 5 0 0 0 1 1 0 1 1 ⑦初期応力法における反復計算(1) 0=反復計算を行わない、1=行う ⑧初期応力法における最大反復回数(300): ⑨弾塑性過程における計算分割数(5) ① せん断帯の考慮(0) 0=考慮しない、1=考慮 ①水平震度(0) 0=考慮しない、1=考慮 12完全塑性(0) **0**=考慮しない(弾塑性)、1=拘束圧力一定で考慮、2=考慮(弾完全塑性) (13流れ則(1)) 0=関連流れ則、1=非関連流れ則 (4)プリント (1) 0=節点データ・要素データのプリント、1=プリントなし ① 地下水位(0)

0=考慮しない、1=水中単位重量で計算、2=間隙水圧考慮 地下水位を考慮する方法:地下水位を考慮しないで計算した垂直応力(0)と、地下水 位以下を水中単位重量で計算した垂直応力(1)の差を見かけの間隙水圧とみなして入 力して計算する(2)。 10荷重ステップ数(1) (の実際に計算する荷重ステップ数(1)

10) その他の定数(**5F10.3**)

1.00 0.50 10.0 1. 1.08

①変位の計算結果を出力するときの倍数(1.00)
 ②初期応力法における Mohr-Coulomb 材、Coulomb 材の収束判定誤差(0.50)
 ③初期応力法におけるジオテキスタイル材の収束判定誤差(10.0)
 ④拘束圧力変化の判定誤差(1.) 注)通常は使用しない
 ⑤せん断強度の安全率 Fs(1.08)

# 参考資料 2 プログラム LSFEA1. FOR

**手法-1**のプログラム LSFEA1.FOR を CD 中に示す。変数の意味はプログラム中の コメント文で示す。LSFEA1.FOR、LSFEA2.FOR ともに、トラス要素・はり要素・平 面ひずみ要素の表現方法は、「戸川隼人:FORTRAN による有限要素法入門、サイエ ンス社 (1974)」に基づく。

本文図-3.1のLSFEA1.FOR用の入力データをCD中のDALSFE(1)に示す。

# 参考資料3 プログラム LSFEA2. FOR

**手法-2**のプログラム LSFEA2.FOR を CD 中に示す。変数の意味はプログラム中の コメント文で示す。

本文図-3.1のLSFEA2.FOR 用の入力データを CD 中の DALSFE(2)に示す。